

КАТЕГОРНАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

МЕТЕШКИН К.А., ктн, доцент, доцент кафедры ХВУ (Украина)
Представил дтн проф. В.Я. Жихарев

- *Формализация процессов управления сложными организационно-техническими системами*
- *Расширены возможности языка теории категорий*

Общие положения

Современный уровень развития информационных технологий, развитие инфраструктур, обеспечивающих оперативную передачу больших объемов информации, обуславливает необходимость разработки теоретических основ управления сложными организационно-техническими системами (ОТС). Особенно ОТС является их иерархические разветвленные структуры, элементы которых сами представляют иерархические структуры. Сложность ОТС зависит не только от количества элементов и связей между ними, но также, и от степени вложенности их друг в друга и силы их связей (отношений) на различных уровнях вложений. Помимо этого, особую специфику ОТС придает тот факт, что на разных уровнях вложений могут организовываться самостоятельные контуры управления с использованием гибридного интеллекта. Под гибридным интеллектом будем понимать использование при управлении человеком, обладающим естественным интеллектом, интеллекта искусственного, созданного на основе систем поддержки принятия решений, экспертных систем, систем консультационного типа и др.

Управление такими системами, как правило, возлагается на человека. Создание специального математического и программного обеспечения, поддерживающего принятие решений управленческим аппаратом ОТС и способствующим внесению корректур в процессы управления на разных уровнях вложений иерархических структур является проблемной задачей. Ее решение связано с разработкой теоретических основ управления в современных ОТС и выбором математического аппарата для формализации процессов в них протекающих. Вторым шагом к решению поставленной задачи является выбор математического аппарата, с помощью которого можно было бы абстрагироваться от излишних деталей, приводящих к увеличению размерности задачи, но в тоже время, адекватно отражающего составные части и связи в исследуемой ОТС.

На наш взгляд, таким математическим аппаратом является теория категорий, которая представляет со-

бой развитие теории множеств и составляет одно из приложений общей топологии [1,2].

Теория категорий оперирует следующими понятиями.

Категория определяется как класс объектов $Ob(\mathfrak{A})$ вместе с классом морфизмов $Mor(\mathfrak{A})$ и законом композиции μ , если выполняются следующие аксиомы:

1. Ассоциативность закона композиции: для $f \in Mor(X, Y)$, $g \in Mor(Y, Z)$, $h \in Mor(Z, T)$ имеет место $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$;

2. Существование единицы: для каждого $X \in Ob(\mathfrak{A})$ существует морфизм $1_X \in Mor(X, X)$, называемый тождественным или единичным морфизмом объекта X , такой, что для любых $f \in Mor(X, Y)$ и $g \in Mor(Z, X)$ имеет место $f \circ 1_X = f$, $1_X \circ g = g$.

Такое определение категории придает ей принципиально новые свойства по сравнению с понятием «множества». Важным свойством категории является то, что ее объекты $Ob(\mathfrak{A})$ могут иметь любую произвольную природу. В том числе, объекты $Ob(\mathfrak{A})$ могут рассматриваться как математические конструкции, т.е. формальные и формализованные теории, модели, алгебраические системы (группы, полугруппы, кольца, модули, и др.).

Эти свойства категорий позволяют использовать при формализации уже разработанные формальные теории, модели и т.д., описывающие конкретные предметные области [3,4].

Помимо приведенных свойств, в теории категорий различают подкатегории, которые могут являться объектами категории.

В работах [1,2] на более высокую ступень обобщения ставят и понятия функция или отображение одного множества в другое. Здесь вводятся понятия ковариантных и контрвариантных функторов.

Ковариантным функтором F из категории \mathfrak{A}_1 в категорию \mathfrak{A}_2 называется правило, сопоставляющее каждому объекту X из $Ob(\mathfrak{A}_1)$ некоторый (вполне определенный) объект $F(X)$ из $Ob(\mathfrak{A}_2)$, и каждому

морфизму f из $\text{Mog}_{\mathfrak{A}_1}(X, Y)$ – некоторый (вполне определенный) морфизм $F(f)$ из $\text{Mog}_{\mathfrak{A}_2}(F(X), F(Y))$ и притом так, что выполняются аксиомы:

$$\Phi.1. F(1_X) = 1_{F(X)} \forall X \in \text{Ob} (\mathfrak{A}_1);$$

$\Phi.2.$ для произвольных двух морфизмов $f: X \rightarrow Y$ и $g: Y \rightarrow Z$ категории $\mathfrak{A}_1 F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$.

Двойственным образом определяется **контравариантный функтор**, т.е. определяющие контравариантный функтор аксиомы аналогичны аксиомам ковариантного функтора за исключением формулы $\mathfrak{A}_1 F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$, которая принимает вид $\mathfrak{A}_1 F(g \circ f) = F(f) \circ F(g)$.

В работе [5] показано, что ковариантные (контравариантные) функторы сами могут образовывать категории, в которых морфизмы называют функторными.

Важными вспомогательными понятиями в теории категорий являются понятия «конуса» и «коконуса», которые определяются как семейство $\{f_\delta: Y \rightarrow X_\delta, \delta \in \Delta\}$ морфизмов категории \mathfrak{A} с общим началом Y и концами X_δ , где Δ - множество морфизмов, составляющих конус. Двойственным образом: всякое непустое семейство $\{f^\delta: X_\delta \rightarrow Y, \delta \in \Delta\}$ морфизмов категории \mathfrak{A} с общим концом Y называется коконусом с вершиной Y и началами в X_δ .

Используем приведенные выше определения основных понятий теории категорий для формирования категорных конструкций, отражающих процессы управления ОТС.

В настоящее время управление ОТС принято осуществлять при помощи директивных документов (ДД). Под директивными документами будем понимать, документы в которых формулируются обязательные для выполнения действия починенным подразделениям или отдельным должностным лицам. К таким директивным документам можно отнести: приказы, директивы, инструкции, методические указания, обязательные к выполнению, и другие документы. Особенностью ДД в управлении ОТС является то, что высказывания их положений носят категоричный характер и ставят в соответствие друг другу элементы управляемого процесса.

Формирование объектов категории

Зададим категорию $\mathfrak{A}^{\text{ОТС}}$, соответствующую ОТС, определив при этом основные ее объекты и связи между ними. Будем полагать, что ОТС содержит множество организационных структур, обозначим их O . Тогда можно записать $\{O_i\} \in O \equiv \text{Ob}^s(\mathfrak{A}^{\text{ОТС}})$, $i = \overline{1, n}$, где n - количество уровней вложений иерархических организационных структур в O , индекс «s» показывает принадлежность $\text{Ob}^s(\mathfrak{A}^{\text{ОТС}})$ к организационной структуре ОТС. Элементы органи-

зационных структур можно разделить на два подмножества. Подмножество управленческого аппарата $\{a_\omega\} \in {}^*A_i$, $\omega = \overline{1, v}$, $i = \overline{1, n}$, где v – количество лиц обладающих управленческими функциями в организационной структуре i -го уровня ОТС, т.е. кардинальное число подмножества *A_i , левый верхний индекс «*» указывает на принадлежность элементов подмножества к лицам, обладающим управленческими функциями. Подмножество исполнителей $\{c_\rho\} \in C_i$ в организационной системе i -го уровня ОТС, где ρ - кардинальное число множества C_i .

Учитывая, что $\{{}^*A_i, C_i\} \in O_i$ и результаты доказательства теоремы Кантора – Бернштейна [1], нетрудно вычислить кардинал $\text{Car } C_i$, так будем называть для краткости кардинальные числа, $\text{Car } C_i = \text{Car } O_i - \text{Car } {}^*A_i$.

Как правило, в сложных ОТС существует зависимость

$$\text{Car } {}^*A_1 > \text{Car } {}^*A_2 > \dots > \text{Car } {}^*A_n,$$

которая показывает, что чем выше уровень иерархии ОТС, тем больше лиц, обладающих управленческими функциями.

Заметим, что между элементами подмножеств *A_i ОТС существуют отношения подчинения, обозначим их символом « \succ ». Тогда справедливо соотношение ${}^*A_1 \succ {}^*A_2 \succ \dots \succ {}^*A_n$.

Учитывая иерархичность вложений O_i друг в друга их можно представить известной из топологии [1,6] башней множеств. В нашем случае башней подмножеств

$$\{\{O_1 \supset O_2\} \supset O_3\} \supset \dots \supset O_n\} = O. \quad (1)$$

Таким образом задан первый объект Ob^s категории $\mathfrak{A}^{\text{ОТС}}$.

Анализ состава ОТС показывает, что еще одним объектом категории можно определить множество технических средств, которые используются при ее функционировании. В работе [7] выделено четыре поколения ОТС, которые отличаются друг от друга степенью использования технических средств для связи между уровнями иерархии в ОТС, а также ее качеством и функциональным предназначением.

Современным ОТС присущи признаки третьего поколения, в которых может использоваться комбинированное управление ее основными элементами, т.е. при помощи как технических средств коммуникации, так и директивных документов. Обозначим $\{U_i\} \in U \equiv \text{Ob}^T(\mathfrak{A}^{\text{ОТС}})$, где U_i - подмножества технических средств коммуникации на i -ом уровне иерархии множества U ОТС. Сделаем допущение, что управление в ОТС осуществляется при помощи ДД.

Тогда справедливо $\{U_i\} \subset U$, т.е. многоуровневая совокупность элементов подмножеств U_i не представима башней подмножеств.

Зададим в рамках категории $\mathfrak{R}^{\text{ОТС}}$ еще один объект $\text{Ob}^d(\mathfrak{R}^{\text{ОТС}})$, который определяет структуру служебных документов, обеспечивающих функционирование ОТС на всех уровнях ее иерархии. Обозначим $\{D_i\} \in D \equiv \text{Ob}^d(\mathfrak{R}^{\text{ОТС}})$, где D_i – подмножества служебных документов, содержание которых обеспечивает целенаправленное функционирование i -го уровня иерархии ОТС.

Представим содержание ДД в виде моделей, отображение элементов которых на подмножества $\{O_i\} \in O \equiv \text{Ob}^s(\mathfrak{R}^{\text{ОТС}})$, $\{U_i\} \in U \equiv \text{Ob}^t(\mathfrak{R}^{\text{ОТС}})$, являются их образами. Тогда справедлива запись $f^{-1}(D_i) = (O_i, U_i)$, которая обозначает, что элементы подмножества D_i являются полным прообразом элементов подмножества O_i и U_i . Другими словами, содержание директивных документов, преднамеренно составляется так, чтобы исполнители в точности воспроизводили соответствующие действия, заданные в моделях, т.е. в содержании ДД. Примером такого отображения может служить конструкторская документация по которой изготавливаются соответствующие изделия (летательный аппарат, судно, здание и др.).

Проанализируем свойства элементов подмножеств множества D и их связи, как внутри i -го уровня, так и межуровневые связи.

Будем различать следующие подмножества служебных документов, обеспечивающих функционирование ОТС на i -ом уровне иерархии: $\downarrow D_i^a$ – подмножество ДД, обеспечивающих управление i -го уровня иерархии ОТС; $\uparrow D_i^b$ – подмножество отчетных документов о процессах функционирования i -го уровня иерархии ОТС; $\downarrow D_{i+1}^z$ – подмножество ДД, обеспечивающее управление нижестоящих уровней иерархии ОТС; $\uparrow D_{i-1}^x$ – подмножество отчетных документов о процессах функционирования нижестоящих уровней иерархии ОТС. Правые верхние индексы a, b, z, x в обозначениях подмножеств соответствуют их кардиналам, а левые верхние индексы « \downarrow, \uparrow » показывают принадлежность элементов подмножеств к директивным и отчетным документам, соответственно.

Учитывая вышесказанное можно записать следующие соотношения $\{\downarrow D_i^a, \uparrow D_i^b\} \in D_i^h$, $\{D_i^h, \downarrow D_{i+1}^z, \uparrow D_{i-1}^x\} \in D_i$, где $h = a + b$ – сумма кардинальных чисел подмножеств $\downarrow D_i^a$ и $\uparrow D_i^b$.

На основании того, что элементы подмножеств $\downarrow D_i^a$ и $\downarrow D_{i+1}^z$ являются моделями, которые задают определенные действия элементам подмножеств C_i и $*A_{i+1}$ запишем соотношения $\downarrow D_i^a \equiv M_i^T$, $\downarrow D_{i+1}^z \equiv M_{i+1}^T$, где M_i^T и M_{i+1}^T модели требуемых состояний i -го уровня и нижестоящих уровней иерархии ОТС. Аналогично отождествим $\uparrow D_i^b \equiv M_i^{\exists}$ и $\uparrow D_{i-1}^x \equiv M_{i-1}^{\exists}$, где M_i^{\exists} и M_{i-1}^{\exists} модели существующих состояний i -го уровня и нижестоящих уровней иерархии ОТС, соответственно. Таким образом, отождествляя подмножества служебных документов с моделями требуемых и существующих состояний ОТС, предполагается наличие определенных связей, т.е. отношений и отображений (сюръективных, инъективных, биективных) между ними.

Сопоставление $(M_i^T, M_{i+1}^T) \leftrightarrow (M_i^{\exists}, M_{i-1}^{\exists})$ может носить как качественный так и количественный характер. Количественные и качественные оценки сопоставления исследуемых моделей являются основой для формирования новых моделей, т.е. для формирования содержания новых ДД, учитывающих предшествующие состояния каждого уровня иерархии и ОТС в целом.

Таким образом, заданы объекты $\{\text{Ob}^s, \text{Ob}^t, \text{Ob}^d\} \in \mathfrak{R}^{\text{ОТС}}$. Для окончательного представления ОТС категорией $\mathfrak{R}^{\text{ОТС}}$ зададим множества морфизмов между этими объектами.

Формирование морфизмов категории

Обозначим: $A = \text{Mor}(\text{Ob}^s, \text{Ob}^t)$, $\{\alpha_j\} \in A$, $\Pi = \text{Mor}(\text{Ob}^s, \text{Ob}^d)$, $\{\pi_j\} \in \Pi$, $\Gamma = \text{Mor}(\text{Ob}^t, \text{Ob}^d)$, $\{\gamma_j\} \in \Gamma$, где j является ординалом множеств морфизмов A, Π, Γ . В работе [6] ординалом называют порядковые числа упорядоченных множеств и обозначают: $j = \text{ord}(A)$, $j = \text{ord}(\Pi)$, $j = \text{ord}(\Gamma)$.

В общем виде графическая интерпретация категории $\mathfrak{R}^{\text{ОТС}}$, представлена на рис. 1.

Исследуем свойства заданных множеств морфизмов A, Π и Γ . На рис.1 показаны и обратные отображения $A^{-1}, \Pi^{-1}, \Gamma^{-1}$, т.е. будем полагать отображения взаимно-однозначные (биективные). Такое предположение основывается на опыте практического делопроизводства, которое включает в себя такие процессы как формирование и корректировка служебных документов при помощи ПЭВМ, согласование ДД с ответственными исполнителями, доведение ДД до исполнителей, формирование отчетных документов и др.

Категорию и ее объекты будем обозначать трехмерными фигурами в отличие от теории множеств, где множество принято обозначать окруж-

ностью (круги Эйлера Леонарда 1707-83 г.) или иной фигурой, граница которой составляет замкнутую линию. По мнению автора такое обозначение категории подчеркнет более высокий уровень абстракции языка теории категорий по отношению к теоретико-множественному языку.

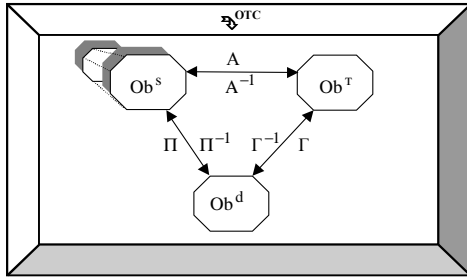


Рис. 1. Графическая интерпретация ОТС на языке теории категорий

Между служебными документами – моделями требуемых состояний M_i^T и M_{i+1}^T ОТС и элементами ее организационных структур $\{O_i\} \in O \equiv Ob^s(\mathfrak{A}^{OTC})$ существуют морфизмы образующие конусы и коконусы. На рис. 2 показан пример конуса и коконуса морфизмов, которые соответствуют множествам Π и Π^{-1} , соответственно и определяют требуемое (M_i^T) и существующее (M_i^{\exists}) состояние ОТС ее i -го уровня иерархии.

В отличие от Π и Π^{-1} множества $A, A^{-1}, \Gamma, \Gamma^{-1}$ являются обычными взаимно-однозначными отображениями.

Подвергнем анализу межуровневые связи ОТС, формирующиеся в процессе управления посредством служебных документов.

Выше сделано предположение, что межуровневые связи в ОТС также как и связи на i -м уровне ее иерархии можно интерпретировать конусами и коконусами морфизмов.

Практика управления посредством ДД и анализ их содержания показывает, что чем выше уровень иерархии управления в ОТС, тем содержание исходящих ДД имеет большую общность. Напротив, на низшем уровне иерархии ОТС содержание ДД отличается конкретностью, т.е. непосредственно предписывает исполнителю конкретные действия. Такие ДД могут иметь вид: планов, методических указаний, инструкций и др.

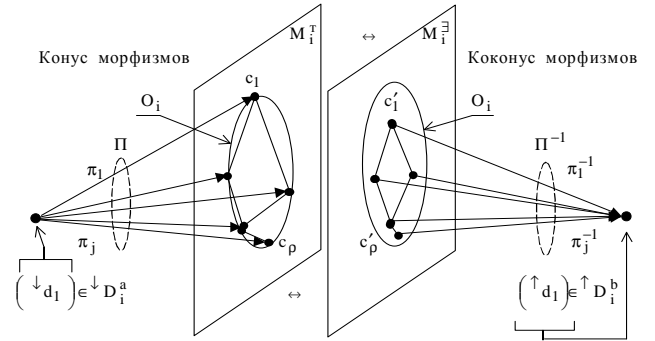


Рис. 2. Графическая интерпретация конуса (Π) и коконуса (Π^{-1}) морфизмов, устанавливающих связь между элементами множества O_i и элементами подмножеств $\downarrow D_i^a, \uparrow D_i^b$

Исходя из вышесказанного, иерархии построения ОТС, т.е. существования отношения «подчиненности» между организационными структурами различных уровней, а также используя математическую конструкцию (1) и возможность геометрической интерпретации межуровневых связей внутри ОТС предложим новые понятия – «Гиперконус морфизмов» (ГКМ) и «вложенный конус морфизмов» (ВКМ).

Под «Гиперконусом морфизмов» будем понимать множество морфизмов, связывающее все элементы множества, имеющего структуру башни подмножеств. Общее начало морфизмов ГКМ является супремумом множества O ($\sup O$), т.е. находится на верхнем уровне башни подмножеств O .

В формальном виде ГКМ, обозначим его множеством $\overset{\Delta}{\Pi}$, можно записать, учитывая при этом соотношение (1),

$$\overset{\Delta}{\Pi} \subseteq d \times \{ \{ \{ O_1 \supset O_2 \} \supset O_3 \} \supset \dots \supset O_n \}. \quad (2)$$

В полученном соотношении областью определения (проекция 1) $\text{pr}_1 \overset{\Delta}{\Pi} = d$ является один единственный элемент

$$\left\{ d^* \right\} \in D.$$

Областью значений соответствия (проекция 2) $\text{pr}_2 \overset{\Delta}{\Pi} = \{ \{ \{ O_1 \supset O_2 \} \supset O_3 \} \supset \dots \supset O_n \}$ являются все элементы множества O .

Вложенными конусами морфизмов в ГКМ будем считать множество морфизмов, образующие конусы как между близлежащими уровнями башни подмножеств, так и отдельно взятого (см. рис. 2) уровня.

Для того чтобы различать начала вложенных конусов и их концы в многоуровневой иерархической структуре примем следующие обозначения.

Множество морфизмов, образующих конус будем обозначать заглавной буквой с индексом « Δ_n^1 », например, $\Pi^{\Delta_n^1}$, что обозначает – множество морфиз-

мов Π образуют вложенный конус с началом на первом уровне башни подмножеств и концами на последнем – n -м уровне.

Сделаем важное замечание. Конусы морфизмов, которые имеют начало на высшем уровне башни подмножеств, и концы на ее низшем уровне, не обязательно являются ГКМ, так как морфизмы вложенных конусов связывают **не все элементы** башни подмножеств, а только их определенную часть.

Учитывая сделанные замечания можно записать математические соотношения, которые определяют условия вложения конусов морфизмов в ГКМ.

1. $\{\Pi^{\Delta_n}\} \in \Pi^{\Delta_{n-1}}$;
 2. $\{\Pi^{\Delta_n}, \Pi^{\Delta_{n-1}}, \Pi^{\Delta_{n-1}^i}\} \in \Pi^{\Delta_{n-2}}$;
 3. $\{\Pi^{\Delta_n}, \Pi^{\Delta_{n-1}}, \Pi^{\Delta_{n-1}^i}, \Pi^{\Delta_{n-2}}, \Pi^{\Delta_{n-2}^i}\} \in \Pi^{\Delta_{n-3}}$;
- (3)

N-1. $\{\Pi^{\Delta_n}, \Pi^{\Delta_{n-1}}, \Pi^{\Delta_{n-1}^i}, \dots, \Pi^{\Delta_i}, \Pi^{\Delta_{i-1}}, \Pi^{\Delta_{i-1}^i}, \dots, \Pi^{\Delta_2}\} \in \Pi^{\Delta_n}$;

N. $\{\Pi^{\Delta_n}, \Pi^{\Delta_1}\} \in \Pi$.

В соотношениях (3) будем различать горизонтальные вложенные конусы морфизмов, например Π^{Δ_n} , Π^{Δ_i} , Π^{Δ_1} , и вертикальные $\Pi^{\Delta_{n-1}}, \Pi^{\Delta_{n-2}}, \Pi^{\Delta_{i-1}}$ и др.

Графическая интерпретация вложенных вертикальных конусов морфизмов показана на рис. 3. На рисунке жирными линиями показаны морфизмы Π , а жирной пунктирной линией, морфизм принадлежащий конусу Π^{Δ_n} .

Для того чтобы использовать предложенную модель процесса управления сложной многоуровневой ОТС в рамках теории категорий необходимо сделать допущение, сущность которого заключается в следующем.

По определению, понятие «категория», включает в себя аксиому об ассоциативности закона композиции для используемых в ней морфизмов. Очевидно, что на всем множестве вписанных конусов морфизмов ассоциативность закона композиции не соблюдается. Однако, можно считать, что ассоциативность закона композиции соблюдается на вложенных конусах морфизмов, если начало конусов и их концы находятся на одноименных уровнях башни подмножеств и элементы оснований конусов являются однородными. Здесь не существует противоречия в представлении ОТС на языке теории категорий, так как вертикальные вложенные конусы морфизмов с однородными элементами, лежащими в его основании могут быть сами представлены категориями (функторными категориями) [1,2].

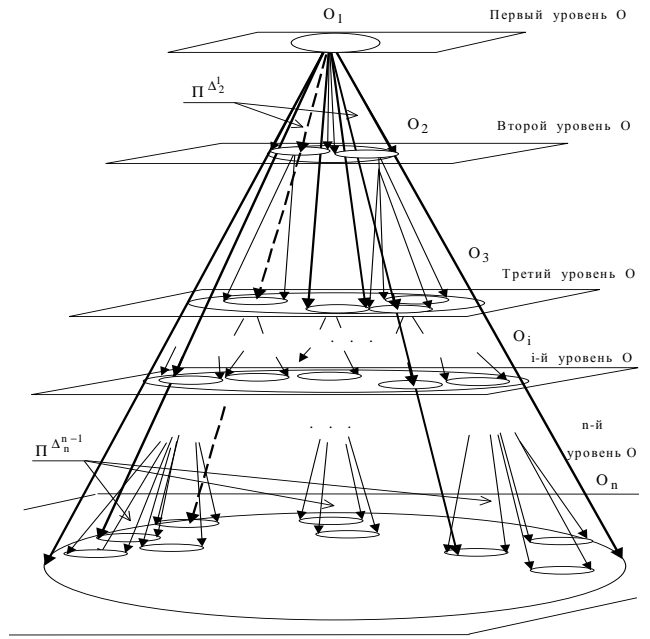


Рис. 3. Иллюстрация Гиперконуса морфизмов и вложенных в него конусов

Поясним сказанное на примере.

Пример. Пусть имеются три вложенных конуса морфизмов с началами принадлежащим первому уровню иерархии башни подмножеств $\Pi_1^{\Delta_n}, \Pi_2^{\Delta_n}, \Pi_3^{\Delta_n}$. Образами конусов морфизмов являются организационные структуры, элементы которых решают идентичные задачи. Вложенные конуса морфизмов интерпретируем как методику решения стоящих перед элементами организационных структур задач. В таком случае можно записать

$$\Pi_1^{\Delta_n} \circ (\Pi_2^{\Delta_n} \circ \Pi_3^{\Delta_n}) = (\Pi_1^{\Delta_n} \circ \Pi_2^{\Delta_n}) \circ \Pi_3^{\Delta_n}.$$

Приведенный пример иллюстрирует соблюдения ассоциативности закона композиции между морфизмами вложенных конусов.

Предложенная конструкция морфизмов отражает лишь первую часть процесса управления ОТС посредством ДД. Сбор, обработка информации о существующем состоянии элементов ОТС и доведение ее до вышестоящих органов управления в виде отчетных документов \hat{D}_i^b и \hat{D}_{i-1}^x является второй частью процесса управления.

Двойственным образом определим понятия «Гиперконуса морфизмов» и «вложенных конусов морфизмов».

Под «**Гиперконусом морфизмов**» будем понимать множество морфизмов, связывающее **все элементы** множества, имеющего структуру башни подмножеств. Начала морфизмов, принадлежащих «Гиперконусу морфизмов» являются инфинумом

множества O ($\inf O$), т.е. находятся на нижнем уровне башни подмножеств.

В формальном виде «Гиперкоконус морфизмов»

$$\begin{aligned} \text{(ГКоМ)}, \text{ обозначим его } \overset{\nabla}{\Pi}, \text{ можно записать} \\ \overset{\nabla}{\Pi} \subseteq \left\{ \left\{ \left\{ O_1 \supset O_2 \right\} \supset, \dots, \supset O_i \right\} \supset, \dots, \supset O_n \right\} \times \\ \times \left\{ D_1^\uparrow, D_2^\uparrow, \dots, D_i^\uparrow, \dots, D_n^\uparrow \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

В формуле (4) учитывается тот факт, что отчетные документы о состоянии O_i формируются, как правило, для органов управления O_{i-1} , т.е. для вышестоящего на одну ступень органа управления.

В полученном выражении областью определения являются элементы множества O при $\pi_1 \Pi = O$, характеризующие существующее состояние ОТС в целом.

Областью значений соответствия при $\pi_2 \Pi = \left\{ D_1^\uparrow, D_2^\uparrow, \dots, D_i^\uparrow, \dots, D_n^\uparrow \right\}$ являются элементы подмножества отчетных документов.

По аналогии и двойственно можно определить «**вложенный коконус морфизмов**», которые будем обозначать той же буквой (Π), но с индексом ∇_n^{n-1} , где n – нижний уровень иерархии башни подмножеств, $n-1$ – уровень, предшествующий нижнему уровню в иерархии башни подмножеств. Тогда соотношения, которые определяют условия вложения коконусов морфизмов в ГКоМ имеют вид:

$$\begin{aligned} 1. \left\{ \Pi^{\nabla_n^n} \right\} \in \Pi^{\nabla_n^{n-1}}; \\ 2. \left\{ \Pi^{\nabla_n^n} \cup \Pi^{\nabla_n^{n-1}} \cup \Pi^{\nabla_n^{n-2}} \right\} \in \Pi^{\nabla_n^{n-2}}; \\ \dots \\ N. \left\{ \dots, \Pi^{\nabla_n^{n-2}} \cup \Pi^{\nabla_n^{n-2}} \cup \dots, \cup \Pi^{\nabla_n^1} \cup \Pi^{\nabla_n^1} \cup \dots, \right. \\ \left. \dots, \cup \Pi^{\nabla_n^1} \cup \Pi^{\nabla_n^1} \right\} \in \overset{\nabla}{\Pi} \end{aligned} \quad (5)$$

Коротко, в обобщенном виде соотношения (5) можно записать

$$\left\{ \begin{array}{c} n \\ n-1 \\ \cup \Pi^{\nabla_i^{i-1}} \\ i=1 \\ i-1=n-1 \end{array} \right\} \in \overset{\nabla}{\Pi}. \quad (6)$$

Получена вторая составляющая процесса управления ОТС.

Обобщая полученные результаты сделаем следующие выводы.

1. Используя язык теории категорий формально представлена сложная многоуровневая иерархическая организационно-техническая система в виде трех объектов Ob^s , Ob^d , Ob^t и подмножествами

$\Pi, \Pi^{-1}, A, A^{-1}, \Gamma, \Gamma^{-1}$ морфизмов между ними образующих категорию $\mathfrak{A}^{ОТС}$. Морфизмы $A, A^{-1}, \Gamma, \Gamma^{-1}$ детально не исследовались, так как они представляют тривиальное подмножество биективных отображений.

2. На основе реальных процессов управления ОТС посредством служебных документов расширены возможности языка теории категорий путем введения новых понятий – Гиперкоконуса и Гиперкоконуса морфизмов, а также вложенных в них конусов и коконусов морфизмов. Получены соотношения, характеризующие условия, при которых конусы и коконусы могут быть вложены в ГКоМ и ГКоМ.

3. Предложенный подход формирования категорий позволяет применить метод декомпозиции и рассматривать каждый уровень башни подмножеств как собственную категорию (подкатеорию).

4. Декомпозиция ГКоМ и ГКоМ позволит представить процессы управления в виде ковариантных и контравариантных функторов, которые в свою очередь могут быть использованы для построения аксиоматики и правил логического вывода.

5. Предложенные элементы формализации могут быть использованы при создании баз знаний, а именно их метауровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александриян Р.А., Мирзахонян Э.А. Общая топология. - М.: Высш. школа, 1979. - 336 с.
2. Введение в топологию / Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко: Учеб. Пособие. - 2 - е изд., доп.- М.: Наука. Физматлит, 1995. - 416 с.
3. Метешкин К.А. Формализация деятельности преподавателя высшего учебного заведения // Вестник Херсонского государственного технического университета. Вып. 5. - Херсон 1999. - С. 151 - 153.
4. Метешкин К.А. Теоретические основы построения интеллектуальных систем управления учебным процессом в вузе: Монография. - Харьков: Экограф, 2000. - 278 с.
5. Кириллов А.А. Элементы теории представлений. - М.: Наука, 1978. - 343 с.
6. Солодовников В.В., Тумаркин В.И. Теория сложности и проектирование систем управления. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит., 1990. - 168 с.
7. Метешкин К.А., Чевардин В.Е. Тенденции развития структур организационных систем военного назначения // Системи обробки інформації. Збірник наукових праць. Вип 1(7). - Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2000. - С.85 - 89.

Поступила в редколлегию 10.01.2000 г.

