Метешкин К.А.

КАТЕГОРНАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ СЛОЖНЫМИ ОРГАНИЗАЦИОННО-ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Общие положения

Современный уровень развития информационных технологий, развитие инфраструктур, обеспечивающих оперативную передачу больших объемов информации, обусловливает необходимость разработки теоретических основ управления сложными организационно-техническими системами (ОТС). Особенностью ОТС является их иерархические разветвленные структуры, элементы которых сами представляют иерархические структуры. Сложность ОТС зависит не только от количества элементов и связей между ними, но также, и от степени вложенности их друг в друга и силы их связей (отношений) на различных уровнях вложений. Помимо этого, особую специфику ОТС придает тот факт, что на разных уровнях вложений могут организовываться самостоятельные контуры управления с использованием гибридного интеллекта. Под гибридным интеллектом будем понимать использование при управлении человеком, обладающим естественным интеллектом, интеллекта искусственного, созданного на основе систем поддержки принятия решений, экспертных систем, систем консультационного типа и др.

Управление такими системами, как правило, возлагается на человека. Создание специального математического и программного обеспечения, поддерживающего принятие решений управленческим аппаратом ОТС и способствующим внесению корректур в процессы управления на разных уровнях вложений иерархических структур является проблемной задачей. Ее решение связано с разработкой теоретических основ управления в современных ОТС и выбором математического аппарата для формализации процессов в них протекающих. Вторым шагом к решению поставленной задачи является выбор математического аппарата, с помощью которого можно было бы абстрагироваться от излишних деталей, приводящих к увеличению размерности задачи, но в тоже время, адекватно отражающего составные части и связи исследуемой ОТС.

На наш взгляд, таким математическим аппаратом является теория категорий, которая представляет собой развитие теории множеств и составляет одно из приложений общей топологии [1,2].

Теория категорий оперирует следующими понятиями.

Категория определяется как класс объектов $Ob(\mathcal{K})$ вместе с классом морфизмов $Mor(\mathcal{K})$ и законом композиции μ, если выполняются следующие аксиомы:

1. Ассоциативность закона композиции: для $f \in Mor(X,Y)$, $g \in Mor(Y,Z)$, $h \in Mor(Z,T)$ имеет место $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$;

2. Существование единицы: для каждого $X \in Ob(\mathcal{K})$ существует морфизм $1_X \in Mor(X,X)$, называемый тождественным или единичным морфизмом объекта X, такой, что для любых $f \in Mor(X,Y)$ и $g \in Mor(Z,X)$ имеет место $f \circ 1_X = f$, $1_X \circ g = g$.

Такое определение категории придает ей принципиально новые свойства по сравнению с понятием «множества». Важным свойством категории является то, что ее объекты $Ob(\mathcal{K})$ могут иметь любую произвольную природу. В том числе, объекты $Ob(\mathcal{K})$ могут рассматриваться как математические конструкции, т.е. формальные и формализованные теории, модели, алгебраические системы (группы, полугруппы, кольца, модули, и др.).

Эти свойства категорий позволяют использовать при формализации уже разработанные формальные теории, модели и т.д., описывающие конкретные предметные области [3,4].

Помимо приведенных свойств, в теории категорий различают подкатегории, которые могут являться объектами категории.

В работах [1,2] на более высокую ступень обобщения ставят и понятия функция или отображение одного множества в другое. Здесь вводятся понятия ковариантных и контравариантных функторов.

Ковариантным функтором F из категории $\mathfrak{K}_1$ в категорию $\mathfrak{K}_2$ называется правило, сопоставляющее каждому объекту X из $Ob(\mathfrak{K}_1)$ некоторый (вполне определенный) объект $F(X)$ из $Ob(\mathfrak{K}_2)$, и каждому морфизму f из $Mor_{\mathfrak{K}_1}(X,Y)$ – некоторый (вполне определенный) морфизм $F(f)$ из $Mor_{\mathfrak{K}_2}(F(X),F(Y))$ и притом так, что выполняются аксиомы:

Ф.1. $F(1_X) = 1_{F(X)} \forall X \in Ob\ (\mathfrak{K}_1)$;

Ф.2. для произвольных двух морфизмов $f: X \to Y$ и $g: Y \to Z$ категории $\mathfrak{K}_1 F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$.

Двойственным образом определяется **контравариантный функтор**, т.е определяющие контравариантный функтор аксиомы аналогичны аксиомам ковариантного функтора за исключением формулы $\mathfrak{K}_1 F(g \circ f) = F(g) \circ F(f)$, которая принимает вид $\mathfrak{K}_1 F(g \circ f) = F(f) \circ F(g)$.

В работе [5] показано, что ковариантные (контравариантные) функторы сами могут образовывать категории, в которых морфизмы называют функторными.

Важными вспомогательными понятиями в теории категорий являются понятия «конуса» и «коконуса», которые определяются как семейство $\{ f_\delta : Y \to X_\delta,\quad \delta \in \Delta \}$ морфизмов категории $\mathfrak{K}$ с общим началом Y и концами X_δ, где Δ - множество морфизмов, составляющих конус. Двойственным образом: всякое непустое семейство $\left\{ f^\delta : X_\delta \to Y,\quad \delta \in \Delta \right\}$ морфизмов категории $\mathfrak{K}$ с общим концом Y называется коконусом с вершиной Y и началами в X_δ.

Используем приведенные выше определения основных понятий теории категорий для формирования категорных конструкций, отражающих процессы управления ОТС.

В настоящее время управление ОТС принято осуществлять при помощи директивных документов (ДД). Под директивными документами будем понимать, документы в которых формулируются обязательные для выполнения действия починенным подразделениям или отдельным должностным лицам. К таким директивным документам можно отнести: приказы, директивы, инструкции, методические указания, обязательные к выполнению, и другие документы. Особенностью ДД в управлении ОТС является то, что высказывания их положений носят категоричный характер и ставят в соответствие друг другу элементы управляемого процесса.

Формирование объектов категории

Зададим категорию $\mathfrak{K}^{\mathbf{ОТС}}$, соответствующую ОТС, определив при этом основные ее объекты и связи между ними. Будем полагать, что ОТС содержит множество организационных структур, обозначим их O. Тогда можно записать $\{O_i\} \in O \equiv Ob^{s}(\mathfrak{K}^{\mathbf{ОТС}})$, $i = \overline{1,n}$, где n - количество уровней вложений иерархических организационных структур в O, индекс «s» показывает принадлежность $Ob^{s}(\mathfrak{K}^{\mathbf{ОТС}})$ к организационной структуре ОТС. Элементы организационных структур можно разделить на два подмножества. Подмножество управленческого аппарата $\{a_\omega\} \in {}^{*}A_i$, $\omega = \overline{1,v}$, $i = \overline{1,n}$, где v – количество лиц обладающих управленческими функциями в организационной структуре i-го уровня ОТС, т.е. кардинальное число подмножества ${}^{*}A_i$, левый верхний индекс «$*$» указывает на принадлежность элементов подмножества к лицам, обладающим управленческими функциями. Подмножество исполнителей $\{c_\rho\} \in C_i$ в организационной системе i-го уровня ОТС, где ρ - кардинальное число множества C_i.

Учитывая, что $\{{}^{*}A_i, C_i\} \in O_i$ и результаты доказательства теоремы Кантора – Бернштейна [1], нетрудно вычислить кардинал $\mathrm{Car}\ C_i$, так будем называть для краткости кардинальные числа, $\mathrm{Car}\ C_i = \mathrm{Car}\ O_i - \mathrm{Car}\ {}^{*}A_i$.

Как правило, в сложных ОТС существует зависимость

$$\mathrm{Car}\ {}^{*}A_1 > \mathrm{Car}\ {}^{*}A_2 >,\ldots,> \mathrm{Car}\ {}^{*}A_n,$$

которая показывает, что чем выше уровень иерархии ОТС, тем больше лиц, обладающих управленческими функциями.

Заметим, что между элементами подмножеств ${}^{*}A_i$ ОТС существуют отношения подчинения, обозначим их символом «$\succ$». Тогда справедливо соотношение ${}^{*}A_1 \succ {}^{*}A_2 \succ,\ldots,\succ {}^{*}A_n$.

Учитывая иерархичность вложений O_i друг в друга их можно представить известной из топологии [1,6] башней множеств. В нашем случае башней подмножеств

$$\{\{\{O_1 \supset O_2\} \supset O_3\} \supset,\ldots, \supset O_n\} = O. \qquad (1)$$

Таким образом, задан первый объект Ob^{s} категории ⮯$^{\text{ОТС}}$.

Анализ состава ОТС показывает, что еще одним объектом категории можно определить множество технических средств, которые используются при ее функционировании. В работе [7] выделено четыре поколения ОТС, которые отличаются друг от друга степенью использования технических средств для связи между уровнями иерархии в ОТС, а также ее качеством и функциональным предназначением.

Современным ОТС присущи признаки третьего поколения, в которых может использоваться комбинированное управление ее основными элементами, т.е. при помощи, как технических средств коммуникации, так и директивных документов. Обозначим $\{U_i\} \in U \equiv Ob^{T}($⮯$^{\text{ОТС}})$, где U_i - подмножества технических средств коммуникации на i-ом уровне иерархии множества U ОТС, Сделаем допущение, что управление в ОТС осуществляется при помощи ДД. Тогда справедливо $\{U_i\} \not\subset U$, т.е. многоуровневая совокупность элементов подмножеств U_i не представима башней подмножеств.

Зададим в рамках категории ⮯$^{\text{ОТС}}$ еще один объект $Ob^{d}($⮯$^{\text{ОТС}})$, который определяет структуру служебных документов, обеспечивающих функционирование ОТС на всех уровнях ее иерархии. Обозначим $\{D_i\} \in D \equiv Ob^d$ (⤵$^{\text{ОТС}}$), где D_i – подмножества служебных документов, содержание которых обеспечивает целенаправленное функционирование i-го уровня иерархии ОТС.

Представим содержание ДД в виде моделей, отображение элементов которых на подмножества $\{O_i\} \in O \equiv Ob^s$(⤵$^{\text{ОТС}}$), $\{U_i\} \in U \equiv \; \equiv Ob^T$(⤵$^{\text{ОТС}}$), являются их образами. Тогда справедлива запись $f^{-1}(D_i) = (O_i, U_i)$, которая обозначает, что элементы подмножества D_i являются полным прообразом элементов подмножества O_i и U_i. Другими словами, содержание директивных документов, преднамеренно составляется так, чтобы исполнители в точности воспроизводили соответствующие действия, заданные в моделях, т.е. в содержании ДД. *Примером такого отображения может служить конструкторская документация по которой изготавливаются соответствующие изделия (летательный аппарат, судно, здание и др.).*

Проанализируем свойства элементов подмножеств множества D и их связи, как внутри i-го уровня, так и межуровневые связи.

Будем различать следующие подмножества служебных документов, обеспечивающих функционирование ОТС на i-ом уровне иерархии: ${}^{\downarrow}D_i^a$ – подмножество ДД, обеспечивающих управление i-го уровня иерархии ОТС; ${}^{\uparrow}D_i^b$ – подмножество отчетных документов о процессах функционирования i-го уровня иерархии ОТС; ${}^{\downarrow}D_{i+1}^z$ – подмножество ДД, обеспечивающее управление нижестоящих уровней иерархии ОТС; ${}^{\uparrow}D_{i-1}^x$ – подмножество отчетных документов о процессах функционирования нижестоящих уровней иерархии ОТС. Правые верхние индексы a, b, z, x в обозначениях подмножеств соответствуют их кардиналам, а левые верхние индексы «$\downarrow$,$\uparrow$» показывают принадлежность элементов подмножеств к директивным и отчетным документам, соответственно.

Учитывая вышесказанное можно записать следующие соотношения $\left\{{}^{\downarrow}D_i^a, {}^{\uparrow}D_i^b\right\} \in D_i^h$, $\left\{D_i^h, {}^{\downarrow}D_{i+1}^z, {}^{\uparrow}D_{i-1}^x\right\} \in D_i$, где $h = a + b$ - сумма кардинальных чисел подмножеств ${}^{\downarrow}D_i^a$ и ${}^{\uparrow}D_i^b$.

На основании того, что элементы подмножеств ${}^{\downarrow}D_i^a$ и ${}^{\downarrow}D_{i+1}^z$ являются моделями, которые задают определенные действия элементам подмножеств C_i и ${}^{*}A_{i+1}$ запишем соотношения ${}^{\downarrow}D_i^a \equiv M_i^{т}$, ${}^{\downarrow}D_{i+1}^z \equiv M_{i+1}^{т}$, где $M_i^{т}$ и $M_{i+1}^{т}$ модели требуемых состояний i-го уровня и нижестоящих уровней иерархии ОТС. Аналогично отождествим ${}^{\uparrow}D_i^b \equiv M_i^{\exists}$ и ${}^{\uparrow}D_{i-1}^x \equiv M_{i-1}^{\exists}$, где $M_i^{\exists}$ и $M_{i-1}^{\exists}$ модели существующих состояний i-го уровня и нижестоящих уровней иерархии ОТС, соответственно. Таким образом, отождествляя подмножества служебных документов с моделями требуемых и существующих состояний ОТС, предполагается наличие определенных связей, т.е. отношений и отображений (сюрьективных, инъективных, биективных) между ними.

Сопоставление $\left(M_i^{т}, M_{i+1}^{т}\right) \leftrightarrow \left(M_i^{\exists}, M_{i-1}^{\exists}\right)$ может носить как качественный так и количественный характер. Количественные и качественные оценки сопоставления исследуемых моделей являются основой для формирования новых моделей, т.е. для формирования содержания новых ДД, учитывающих предшествующие состояния каждого уровня иерархии и ОТС в целом.

Таким образом, заданы объекты $\left\{Ob^{s}, Ob^{т}, Ob^{d}\right\} \in \mathfrak{K}^{ОТС}$. Для окончательного представления ОТС категорией $\mathfrak{K}^{ОТС}$ зададим множества морфизмов между этими объектами.

Формирование морфизмов категории

Обозначим: $A = Mor\left(Ob^{s}, Ob^{т}\right)$, $\left\{\alpha_j\right\} \in A$, $\Pi = Mor\left(Ob^{s}, Ob^{d}\right)$, $\left\{\pi_j\right\} \in \Pi$ $\Gamma = Mor\left(Ob^{т}, Ob^{d}\right)$, $\left\{\gamma_j\right\} \in \Gamma$, где j является ординалом множеств морфизмов

А, П, Г. В работе [6] ординалом называют порядковые числа упорядоченных множеств и обозначают: $j = \mathrm{ord}(А)$, $j = \mathrm{ord}(П)$, $j = \mathrm{ord}(Г)$.

В общем виде графическая интерпретация категории ⮯$^{\mathbf{ОТС}}$, представлена на рис. 1.

Исследуем свойства заданных множеств морфизмов А, П и Г. На рис.1 показаны и обратные отображения $А^{-1}$, $П^{-1}$, $Г^{-1}$, т.е. будем полагать отображения взаимно-однозначные (биективные). Такое предположение основывается на опыте практического делопроизводства, которое включает в себя такие процессы как формирование и корректировка служебных документов при помощи ПЭВМ, согласование ДД с ответственными исполнителями, доведение ДД до исполнителей, формирование отчетных документов и др.

Категорию и ее объекты будем обозначать трехмерными фигурами в отличии от теории множеств, где множество принято обозначать окружностью (круги Эйлера Леонарда 1707-83 г.) или иной фигурой, граница которой составляет замкнутую линию. По *мнению автора*, такое обозначение категории подчеркнет более высокий уровень абстракции языка теории категорий по отношению к теоретико-множественному языку.

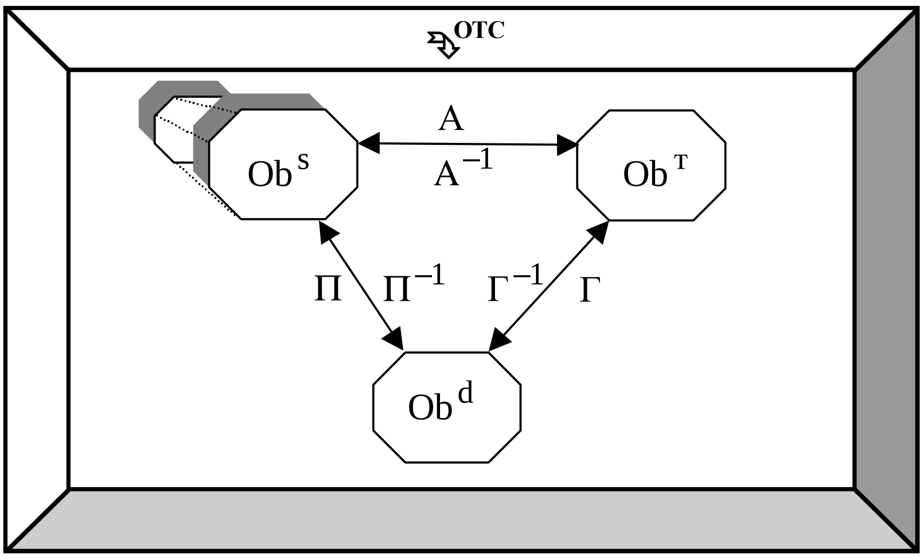

Рис. 1. Графическая интерпретация ОТС на языке теории категорий

Между служебными документами – моделями требуемых состояний M_i^T и M_{i+1}^T ОТС и элементами ее организационных структур $\{O_i\} \in O \equiv Ob^S(⮯^{\mathbf{OTC}})$ существуют морфизмы образующие конусы и коконусы. На рис. 2 показан пример конуса и коконуса морфизмов, которые соответствуют множествам Π и Π^{-1}, соответственно и определяют требуемое (M_i^T) и существующее ($M_i^{\exists}$) состояние ОТС ее i – го уровня иерархии.

В отличии от Π и Π^{-1} множества A, A^{-1}, Γ, Γ^{-1}являются обычными взаимно-однозначными отображениями.

Подвергнем анализу межуровневые связи ОТС, формирующиеся в процессе управления посредством служебных документов.

Выше сделано предположение, что межуровневые связи в ОТС также как и связи на i-м уровне ее иерархии можно интерпретировать конусами и коконусами морфизмов.

Практика управления посредством ДД и анализ их содержания показывает, что чем выше уровень иерархии управления в ОТС, тем содержание исходящих ДД имеет большую общность. Напротив, на низшем уровне иерархии ОТС содержание ДД отличается конкретностью, т.е. непосредственно предписывает исполнителю конкретные действия. Такие ДД могут иметь вид: планов, методических указаний, инструкций и др.

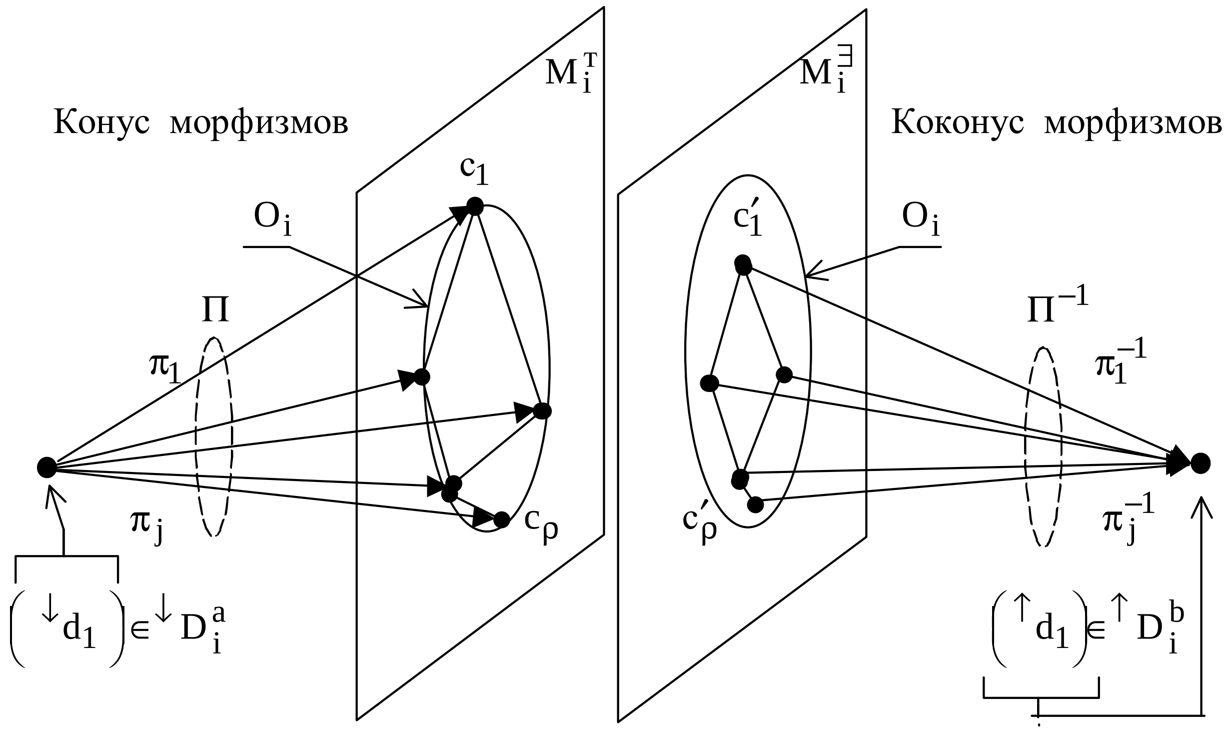

Рис. 2. Графическая интерпретация конуса (Π) и коконуса (Π^{-1})морфизмов, устанавливающих связь между элементами множества O_i и элементами подмножеств ${}^{\downarrow}D_i^a, {}^{\uparrow}D_i^b$

Исходя из вышесказанного, иерархии построения ОТС, т.е. существования отношения «подчиненности» между организационными структурами различных уровней, а также используя математическую конструкцию (1) и возможность геометрической интерпретации межуровневых связей внутри ОТС предложим новые понятия – «Гиперконус морфизмов» (ГКМ) и «вложенный конус морфизмов» (ВКМ).

Под **«Гиперконусом морфизмов»** будем понимать множество морфизмов, связывающее **все элементы** множества, имеющего структуру башни подмножеств. Общее начало морфизмов ГКМ является супремумом множества O (sup O), т.е. находится на верхнем уровне башни подмножеств O.

В формальном виде ГКМ, обозначим его множеством $\overset{\Delta}{\Pi}$, можно записать, учитывая при этом соотношение (1),

$$\overset{\Delta}{\Pi} \subseteq \overset{*}{d} \times \{\{\{O_1 \supset O_2\} \supset O_3\} \supset, ..., \supset O_n\}. \qquad (2)$$

В полученном соотношении областью определения (проекция 1) $\text{пр}_1 \overset{\Delta}{\Pi} = \overset{*}{d}$ является один единственный элемент $\left\{\overset{*}{d}\right\} \in D$. Областью значений соответствия (проекция 2) $\text{пр}_2 \overset{\Delta}{\Pi} = \{\{\{O_1 \supset O_2\} \supset O_3\} \supset, ..., \supset O_n\}$ являются все элементы множества O.

Вложенными конусами морфизмов в ГКМ будем считать множество морфизмов, образующие конусы, как между близлежащими уровнями башни подмножеств, так и отдельно взятого (см. рис. 2) уровня.

Для того чтобы различать начала вложенных конусов и их концы в многоуровневой иерархической структуре примем следующие обозначения.

Множество морфизмов, образующих конус будем обозначать заглавной буквой с индексом «Δ_n^1», например, $\Pi^{\Delta_n^1}$, что обозначает – множество морфизмов Π образуют вложенный конус с началом на первом уровне башни подмножеств и концами на последнем – n-м уровне.

Сделаем важное замечание. Конусы морфизмов, которые имеют начало на высшем уровне башни подмножеств, и концы на ее низшем уровне, не обязательно являются ГКМ, так как морфизмы вложенных конусов связывают **не все элементы** башни подмножеств, а только их определенную часть.

Учитывая сделанные замечания можно записать математические соотношения, которые определяют условия вложения конусов морфизмов в ГКМ.

1. $\left\{\Pi^{\Delta_n^n}\right\} \in \Pi^{\Delta_n^{n-1}}$;

2. $\left\{\Pi^{\Delta_n^n}, \Pi^{\Delta_n^{n-1}}, \Pi^{\Delta_{n-1}^{n-1}}\right\} \in \Pi^{\Delta_n^{n-2}}$;

3. $\left\{\Pi^{\Delta_n^n}, \Pi^{\Delta_n^{n-1}}, \Pi^{\Delta_{n-1}^{n-1}}, \Pi^{\Delta_n^{n-2}}, \Pi^{\Delta_{n-2}^{n-2}}\right\} \in \Pi^{\Delta_n^{n-3}}$; (3)

. . .

N-1. $\left\{\Pi^{\Delta_n^n}, \Pi^{\Delta_n^{n-1}}, \Pi^{\Delta_{n-1}^{n-1}}, ..., \Pi^{\Delta_i^i}, \Pi^{\Delta_i^{i-1}} \Pi^{\Delta_{i-1}^{i-1}}, ..., \Pi^{\Delta_2^1}\right\} \in \Pi^{\Delta_n^1}$;

N. $\left\{\Pi^{\Delta_n^1}, \Pi^{\Delta_1^1}\right\} \in \overset{\Delta}{\Pi}$.

В соотношениях (3) будем различать горизонтальные вложенные конусы морфизмов, например $\Pi^{\Delta_n^n}$, $\Pi^{\Delta_i^i}$, $\Pi^{\Delta_1^1}$, и вертикальные $\Pi^{\Delta_n^{n-1}} \Pi^{\Delta_n^{n-2}}, \Pi^{\Delta_i^{i-1}}$ и др.

Графическая интерпретация вложенных вертикальных конусов морфизмов показана на рис. 3. На рисунке жирными линиями показаны морфизмы $\overset{\Delta}{\Pi}$, а жирной пунктирной линией, морфизм принадлежащий конусу $\Pi^{\Delta_n^1}$.

Для того чтобы использовать предложенную модель процесса управления сложной многоуровневой ОТС в рамках теории категорий необходимо сделать допущение, сущность которого заключается в следующем.

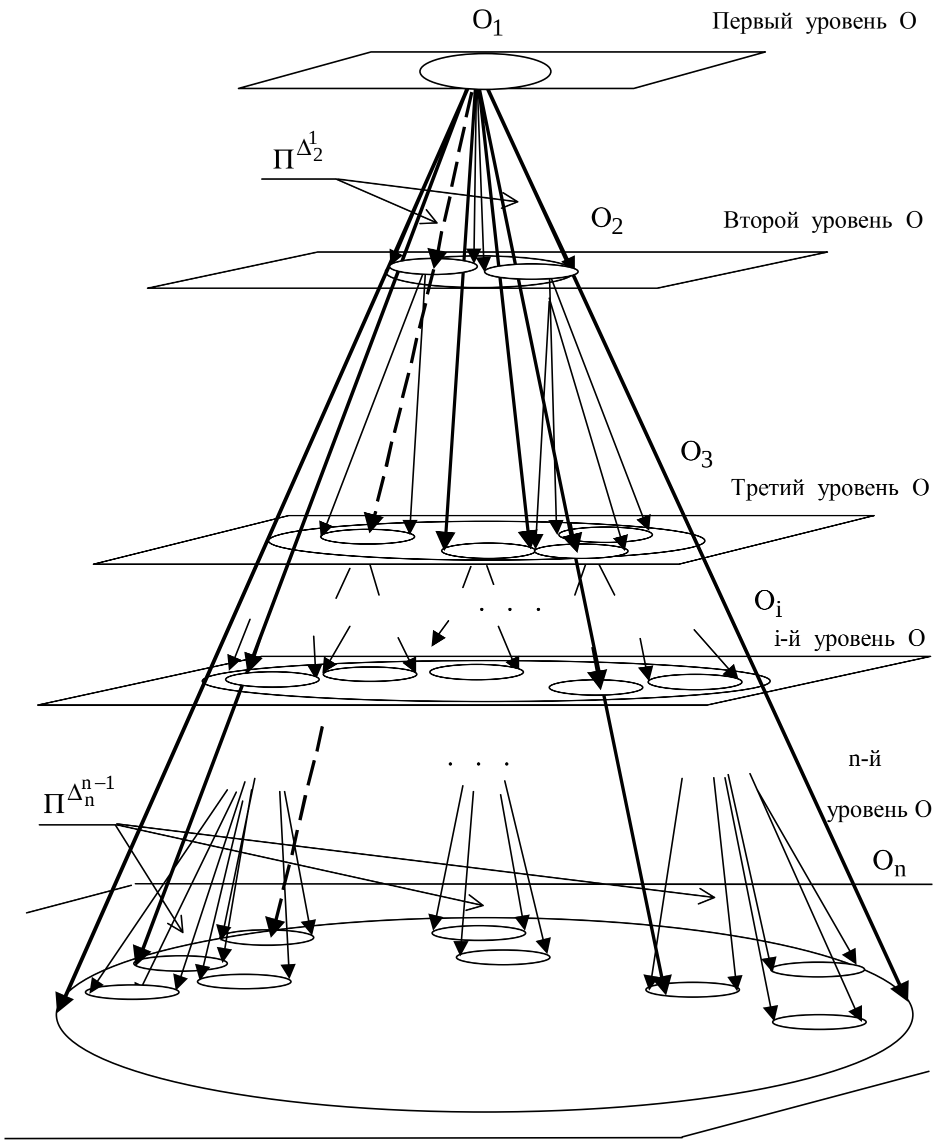

Рис. 3. Иллюстрация Гиперконуса морфизмов и вложенных в него конусов

По определению, понятие «категория», включает в себя аксиому об ассоциативности закона композиции для используемых в ней морфизмов. Очевидно, что на всем множестве вписанных конусов морфизмов ассоциативность закона композиции не соблюдается. Однако, можно считать, что ассоциативность закона композиции соблюдается на вложенных конусах морфизмов, если начало конусов и их концы находятся на одноименных уровнях башни подмножеств и элементы оснований конусов являются однородными. Здесь не существует противоречия в представлении ОТС на языке теории категорий, так как вертикальные вложенные конусы морфизмов с однородными элементами, лежащими в его основании, могут быть сами представлены категориями (функторными категориями) [1,2].

Поясним сказанное на примере.

Пример. Пусть имеются три вложенных конуса морфизмов с началами принадлежащим первому уровню иерархии башни подмножеств $\Pi_1^{\Delta_n^1}, \Pi_2^{\Delta_n^1}, \Pi_3^{\Delta_n^1}$. Образами конусов морфизмов являются организационные структуры, элементы которых решают идентичные задачи. Вложенные конуса морфизмов интерпретируем как методику решения стоящих перед элементами организационных структур задач. В таком случае можно записать $\Pi_1^{\Delta_n^1} \circ \left(\Pi_2^{\Delta_n^1} \circ \Pi_3^{\Delta_n^1} \right) = \left(\Pi_1^{\Delta_n^1} \circ \Pi_2^{\Delta_n^1} \right) \circ \Pi_3^{\Delta_n^1}$.

Приведенный пример иллюстрирует соблюдения ассоциативности закона композиции между морфизмами вложенных конусов.

Предложенная конструкция морфизмов отражает лишь первую часть процесса управления ОТС посредством ДД. Сбор, обработка информации о существующем состоянии элементов ОТС и доведение ее до вышестоящих органов управления в виде отчетных документов ${}^{\uparrow}D_i^b$ и ${}^{\uparrow}D_{i-1}^x$ является второй частью процесса управления.

Двойственным образом определим понятия «Гиперкоконуса морфизмов» и «вложенных коконусов морфизмов».

Под **«Гиперкоконусом морфизмов»** будем понимать множество морфизмов, связывающее **все элементы** множества, имеющего структуру башни подмножеств. Начала морфизмов, принадлежащих «Гиперкоконусу морфизмов» являются инфинумом множества O (inf O), т.е. находятся на нижнем уровне башни подмножеств.

В формальном виде «Гиперкоконус морфизмов» (ГКоМ), обозначим его $\overset{\nabla}{\Pi}$, можно записать

$$\overset{\nabla}{\Pi} \subseteq \left\{ \left\{ \left\{ O_1 \supset O_2 \right\} \supset, ..., \supset O_i \right\} \supset, ..., \supset O_n \right\} \times \left\{ D_1^{\uparrow}, D_2^{\uparrow}, ..., D_i^{\uparrow}, ..., D_n^{\uparrow} \right\}. \quad (4)$$

В формуле (4) учитывается тот факт, что отчетные документы о состоянии O_i формируются, как правило, для органов управления O_{i-1}, т.е. для вышестоящего на одну ступень органа управления.

В полученном выражении областью определения являются элементы множества O $\text{пр}_1 \overset{\nabla}{\Pi} = O$, характеризующие существующее состояние ОТС в целом. Областью значений соответствия $\text{пр}_2 \overset{\nabla}{\Pi} = \left\{ D_1^{\uparrow}, D_2^{\uparrow}, ..., D_i^{\uparrow}, ..., D_n^{\uparrow} \right\}$ являются элементы подмножества отчетных документов.

По аналогии и двойственно можно определить **«вложенный коконусы морфизмов»**, которые будем обозначать той же буквой (П), но с индексом ∇_n^{n-1}, где n – нижний уровень иерархии башни подмножеств, n-1 – уровень, предшествующий нижнему уровню в иерархии башни подмножеств. Тогда соотношения, которые определяют условия вложения коконусов морфизмов в ГКоМ имеют вид:

1. $\left\{ \Pi^{\nabla_n^n} \right\} \in \Pi^{\nabla_n^{n-1}}$;

2. $\left\{ \Pi^{\nabla_n^n} \bigcup \Pi^{\nabla_n^{n-1}} \bigcup \Pi^{\nabla_{n-1}^{n-1}} \right\} \in \Pi^{\nabla_n^{n-2}}$; (5)

. . .

N. $\left\{ ..., \Pi^{\nabla_n^{n-2}} \bigcup \Pi^{\nabla_{n-2}^{n-2}} \bigcup, ..., \bigcup \Pi^{\nabla_n^i} \bigcup \Pi^{\nabla_i^i} \bigcup, ..., \bigcup \Pi^{\nabla_n^1} \bigcup \Pi^{\nabla_1^1} \right\} \in \overset{\nabla}{\Pi}$.

Коротко, в обобщенном виде соотношения (5) можно записать

$$\left\{ \begin{matrix} n \\ \bigcup\limits_{i=1}^{n-1} \Pi^{\nabla_i^{i-1}} \\ i-1=n-1 \end{matrix} \right\} \in \overset{\nabla}{\Pi}. \quad (6)$$

Получена вторая составляющая процесса управления ОТС.

Обобщая полученные результаты сделаем следующие выводы.

1. Используя язык теории категорий формально представлена сложная многоуровневая иерархическая организационно-техническая система в виде трех объектов Ob^{s}, Ob^{d}, $\mathrm{Ob}^{т}$ и подмножествами $П, П^{-1}, А, А^{-1}, Г, Г^{-1}$ морфизмов между ними образующих категорию $\mathcal{K}^{\mathbf{ОТС}}$. Морфизмы $А, А^{-1}, Г, Г^{-1}$ детально не исследовались, так как они представляют тривиальное подмножество биективных отображений.

2. На основе реальных процессов управления ОТС посредством служебных документов расширены возможности языка теории категорий путем введения новых понятий – Гиперконуса и Гиперкоконуса морфизмов, а также вложенных в них конусов и коконусов морфизмов. Получены соотношения, характеризующие условия, при которых конусы и коконусы могут быть вложены в ГКМ и ГКоМ.

3. Предложенный подход формирования категорий позволяет применить метод декомпозиции и рассматривать каждый уровень башни подмножеств как собственную категорию (подкатегорию).

4. Декомпозиция ГКМ и ГКоМ позволит представить процессы управления в виде ковариантных и контравариантных функторов, которые в свою очередь могут быть использованы для построения аксиоматики и правил логического вывода.

5. Предложенные элементы формализации могут быть использованы при создании баз знаний, а именно их метауровня.

ЛИТЕРАТУРА

1. Александрян Р.А., Мирзаханян Э.А. Общая топология. - М: Высш. школа, 1979. - 336 с.

2. Введение в топологию / Ю.Г. Борисович, Н.М. Близняков, Я.А. Израилевич, Т.Н. Фоменко: Учеб. Пособие. - 2 - е изд., доп.- М.: Наука. Физматлит, 1995. - 416 с.

3. Метешкин К.А. Формализация деятельности преподавателя высшего учебного заведения // Вестник Херсонского государственного технического университета. Вып. 5. - Херсон 1999. - С. 151 - 153.

4. Метешкин К.А. Теоретические основы построения интеллектуальных систем управления учебным процессом в вузе: Монография. - Харьков: Экограф, 2000. - 278 с.

5. Кириллов А.А. Элементы теории представлений. - М.: Наука, 1978. - 343 с.

6. Солодовников В.В., Тумаркин В.И. Теория сложности и проектирование систем управления. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.лит., 1990. - 168 с.

7. Метешкин К.А., Чевардин В.Е. Тенденции развития структур организационных систем военного назначения // Системи обробки інформації. Збірник наукових праць. Вип 1(7). - Харків: НАНУ, ПАНМ, ХВУ, 2000. - С.85 - 89.